

## Nachklausur Computergrafik SS 2020

11. September 2020

Kleben Sie hier  
**vor Bearbeitung**  
**der Klausur** den  
Aufkleber auf.

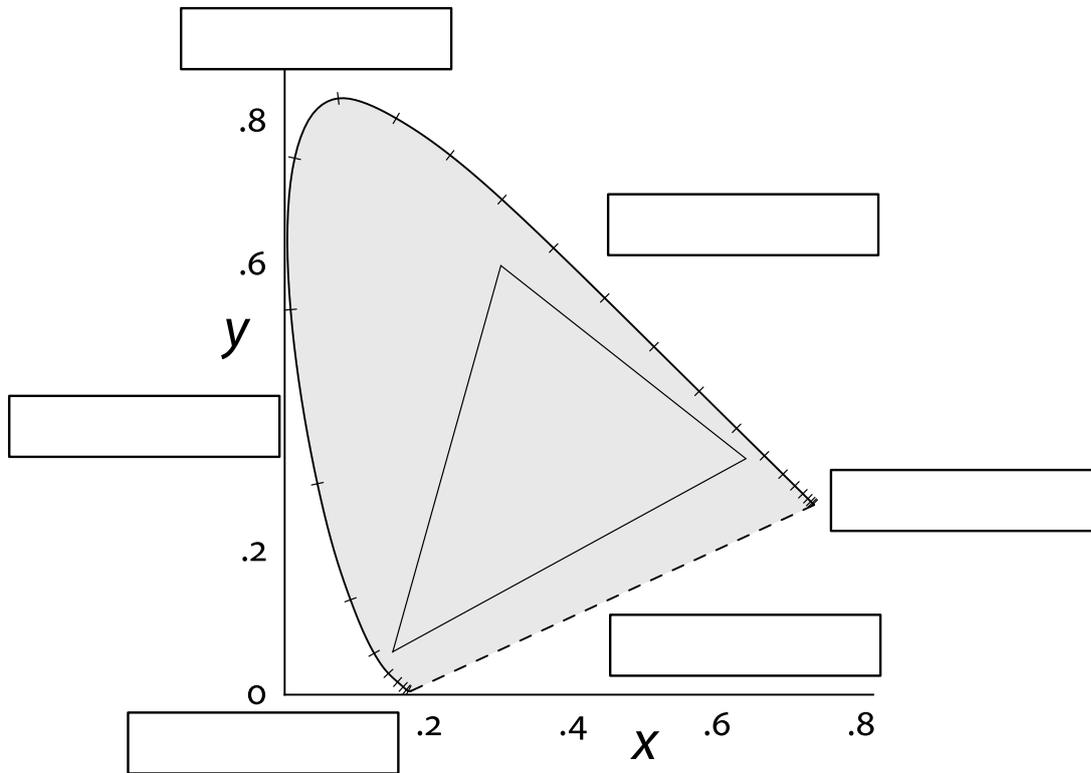
### Beachten Sie:

- Trennen Sie vorsichtig die dreistellige Nummer von Ihrem Aufkleber ab. Sie sollten sie gut aufheben, um später Ihre Note zu erfahren.
- Die Klausur umfasst 18 Seiten (9 Blätter) mit 11 Aufgaben.
- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Sie haben **90 Minuten** Bearbeitungszeit.
- Schreiben Sie Ihre Matrikelnummer oben auf jedes bearbeitete Aufgabenblatt.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter. Bei Bedarf können Sie weiteres Papier anfordern.
- Wir akzeptieren auch englische Antworten.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Gesamt
Erreichte Punkte												
Erreichbare Punkte	17	18	14	28	14	20	8	8	30	12	11	<b>180</b>

Note

Aufgabe 1: Farbe und Perzeption (17 Punkte)



a) Das oben stehende CIE Chromatizitätsdiagramm enthält sechs leere Kästen. Tragen Sie dort die entsprechenden Farben ein! (6 Punkte)

b) Was stellt das eingezeichnete Dreieck dar? (2 Punkte)

c) Was unterscheidet Farben auf der gestrichelten Linie von Farben auf dem durchgezogenen Rand der Zungenform? (2 Punkte)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

d) Was ist das Weber-Fechner-Gesetz? (**2 Punkte**)

e) Was bedeuten die Komponenten des CIE L\*a\*b\* Modells? (**3 Punkte**)

f) Was ist das wichtigste Merkmal des CIE L\*a\*b\* Modells? (**2 Punkte**)

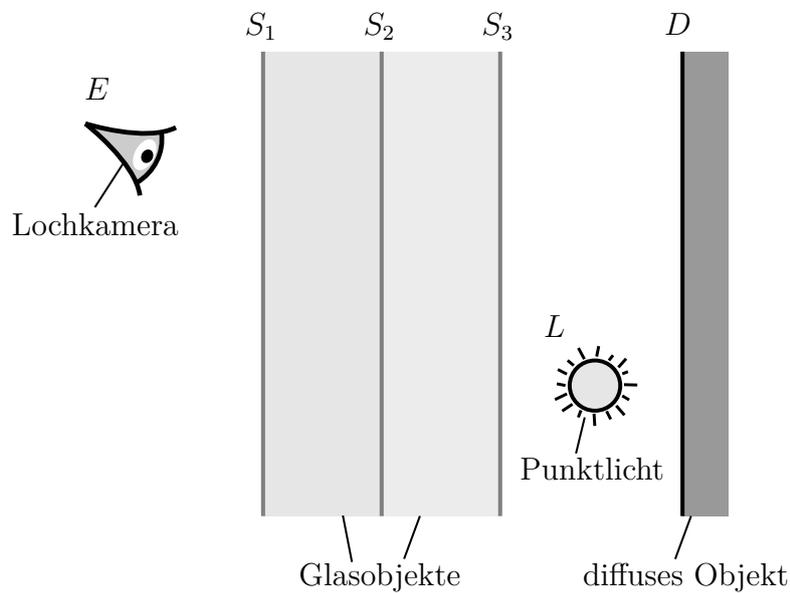
**Aufgabe 2: Whitted-Style Raytracing (18 Punkte)**

Gegeben sei eine Szene mit zwei Glasobjekten mit verschiedenen Brechungsindizes, sowie ein nicht-schwarzes diffuses Objekt. Die Szene wird von einer Punktlichtquelle  $L$  beleuchtet, und von einer Lochkamera  $E$  (pinhole camera) aufgenommen. Wir nehmen an, die Objekte befinden sich im Vakuum. Die Konfiguration ist im nachfolgenden Bild dargestellt.

Wir benennen die Oberflächen der Objekte als  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  und  $D$ , wie im Bild. Die drei Objekte sind unendlich lang in der vertikalen Richtung und schneiden sich nicht, bis auf die Oberfläche  $S_2$ , die von beiden Glasobjekten geteilt wird.

Die Lichtquelle  $L$  ist zwischen den Oberflächen  $S_2$  und  $D$  platziert, so dass  $L$  und  $D$  von der Kamera  $E$  nicht direkt sichtbar sind.

Die Szene soll mit Whitted-Style Raytracing dargestellt werden.



Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

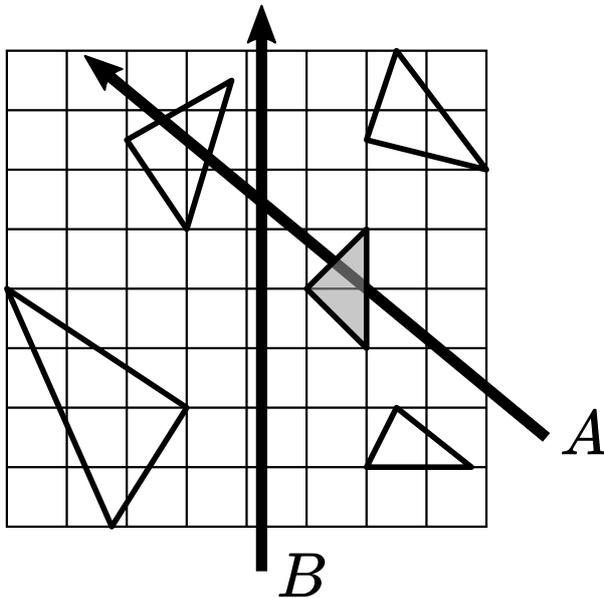
- a) Zeichnen Sie einen kürzest möglichen Pfad mit positivem Beitrag in die Skizze! **(3 Punkte)**
- b) Die zweitkürzesten Pfade mit positivem Beitrag haben Länge 7. Zeichnen Sie einen dieser Pfade in die Skizze! **(6 Punkte)**
- c) Wie ändert sich das dargestellte Bild, wenn wir eine zweite Lichtquelle zwischen den Flächen  $S_2$  und  $S_3$  einführen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**
- d) Erklären Sie warum die Länge eines Pfades mit positivem Beitrag hier immer ungerade ist. **(6 Punkte)**

**Aufgabe 3: Phong-Beleuchtungsmodell (14 Punkte)**

Gegeben sei eine monochromatische Oberfläche mit diffuser Farbe  $k_d = 0.75$  und Normale  $N = (0, 1, 0)$ , sowie eine Punktlichtquelle mit Intensität 500 und Lichtquellenposition  $L_p = (3, 4, 0)$ . Alle Vektoren sind in Weltkoordinaten gegeben.

- a) Nennen Sie kurz die allgemeine Formel für die Lambertsche Reflexion! **(4 Punkte)**
- b) Berechnen Sie die Helligkeit eines Oberflächenpunktes bei  $(0, 0, 0)$  mit Hilfe der Formel aus a)! **(6 Punkte)**
- c) Eine realistischere Beleuchtung bezieht die Abschwächung der Intensität mit der Distanz mit ein. Wie ist die Formel hierzu? **(2 Punkte)**
- d) Was würde passieren, wenn der Normalenvektor invertiert wäre, also  $N = (0, -1, 0)$ ? **(2 Punkte)**

**Aufgabe 4: Räumliche Datenstrukturen (28 Punkte)**



a) Oben ist eine 2D Skizze mit fünf Dreiecken. Sie sollen nun eine binäre Bounding Volume Hierarchy (BVH) aus Axis Aligned Bounding Boxes (AABB) mit *spatial mediansplit* darauf aufbauen. Spalten Sie im Zweifelsfall entlang der X-Achse. Terminieren Sie, wenn jeder Knoten nur noch ein Kind hat. Zeichnen Sie die resultierenden Hüllkörper in die Skizze ein! Falls Sie sich verzeichnen, dürfen Sie die Skizzen auf der folgenden Seite nutzen. Streichen Sie nicht zu bewertende Skizzen durch! **(8 Punkte)**



b) Wie viele Knoten (innere oder Blattknoten) muss der Strahl *A* traversieren, bevor feststeht, dass er das graue Dreieck als nächstes schneidet? **(4 Punkte)**



c) Warum darf danach das Traversieren abgebrochen werden? **(3 Punkte)**

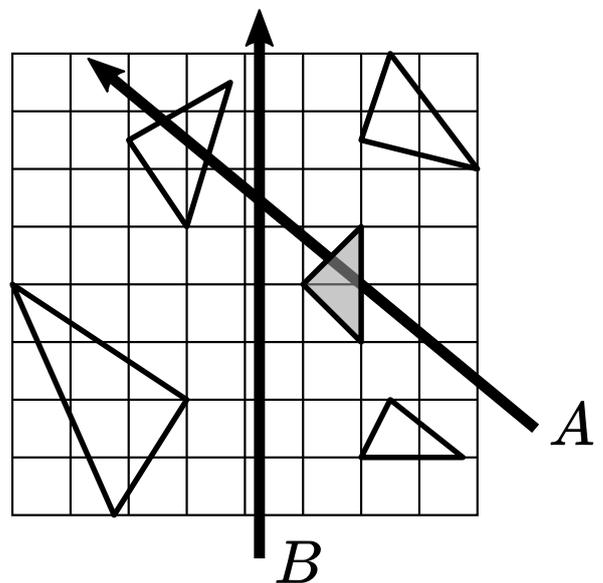
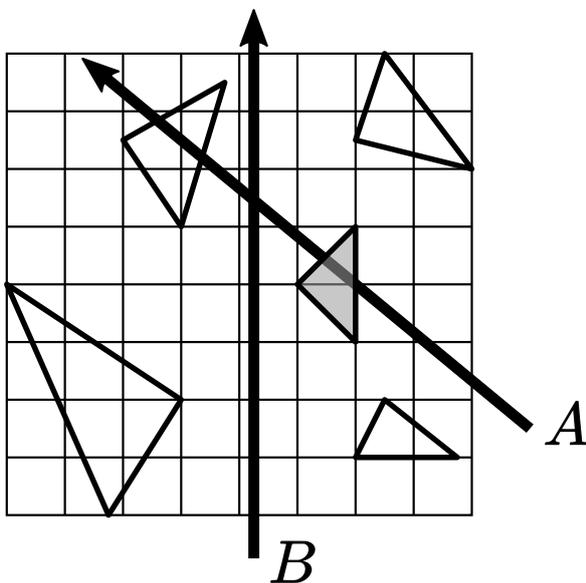


d) Wie viele Knoten (innere oder Blattknoten) muss der Strahl  $B$  traversieren und warum? (3 Punkte)

e) Nennen Sie vier weitere Datenstrukturen, die beim Raytracing den Strahlschnitt mit der Geometrie der Szene beschleunigen können! (4 Punkte)

f) Welche dieser Strukturen profitieren von sogenanntem *Mailboxing*, und was ist das? (6 Punkte)

Alternativskizzen für 4a). Streichen Sie nicht zu bewertende Skizzen durch!



**Aufgabe 5: Transformationen (14 Punkte)**

Wir betrachten die folgende Matrix:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & 0 & \sin \frac{\pi}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \frac{\pi}{2} & 0 & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Wie verändert sich ein Vektor  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  durch die Matrixmultiplikation  $\mathbf{A}\mathbf{v}$ ? Beschreiben Sie die Transformation anschaulich. **(2 Punkte)**



- b) Ermitteln Sie  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ . **(2 Punkte)**



$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} =$$

Nun betrachten wir den Punkt  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$  im 3D-Raum, der durch homogene Koordinaten gegeben ist.

- c) Geben Sie eine Matrix  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  an, so dass  $\mathbf{B}\mathbf{x}$  um 4 Einheiten in y-Richtung verschoben ist. **(2 Punkte)**



$$\mathbf{B} =$$

- d) Geben Sie eine Matrix  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  an, so dass  $\mathbf{C}\mathbf{x}$  um Faktor 2 uniform skaliert ist (d.h. der Abstand zum Ursprung wird verdoppelt). **(2 Punkte)**



$$\mathbf{C} =$$

- e) Geben Sie eine Matrix  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  an, die zuerst die Skalierung mit Matrix  $\mathbf{C}$  und dann die Translation mit Matrix  $\mathbf{B}$  anwendet. (2 Punkte)

$$\mathbf{D} =$$

- f) Bestimmen Sie die inversen Matrizen  $\mathbf{B}^{-1}$ ,  $\mathbf{C}^{-1}$  und  $\mathbf{D}^{-1}$ . (4 Punkte)

$$\mathbf{B}^{-1} =$$

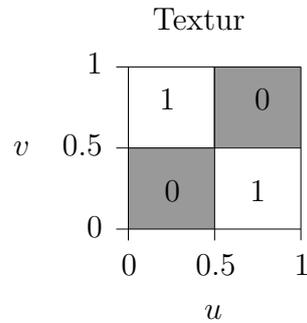
$$\mathbf{C}^{-1} =$$

$$\mathbf{D}^{-1} =$$

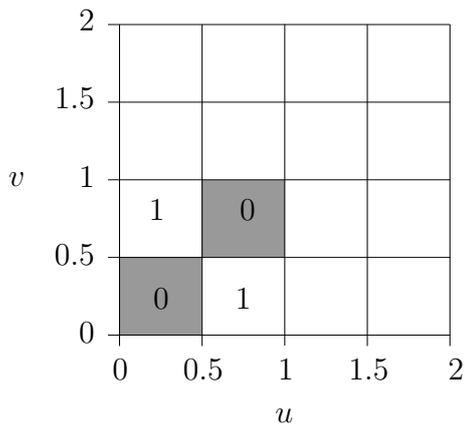
**Aufgabe 6: Texturen & Baryzentrische Koordinaten (20 Punkte)**



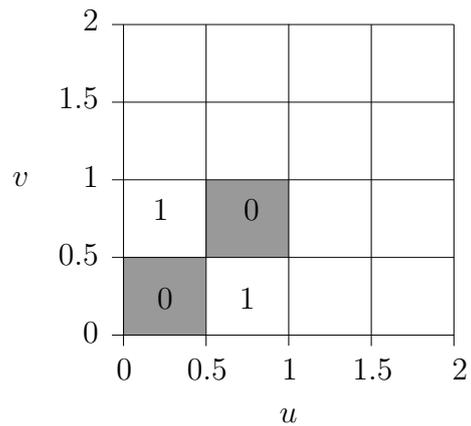
- a) Betrachten Sie die folgende Textur in normalisierten Texturkoordinaten  $u, v \in [0, 1]$ . Wie würde OpenGL die Textur mit dem jeweiligen Wrap-Mode für Koordinaten außerhalb der Textur fortsetzen? Tragen Sie die Werte in die leeren Bereiche ein! **(4 Punkte)**



GL\_REPEAT



GL\_CLAMP\_TO\_EDGE



- b) Was versteht man im Rendering unter trilinearer Interpolation auf Texturdaten? **(3 Punkte)**



- c) Welche Vereinfachung wird bei der Verwendung von Environment-Maps angenommen?  
**(3 Punkte)**

- d) Wir rendern ein Schachbrett-Muster, das in einem flachen Winkel betrachtet wird:

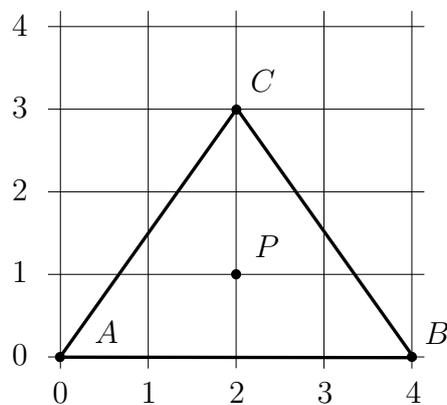


Ausgabebild

Welche Variante halten Sie für besser geeignet, die Artefakte zu reduzieren:

- A) Viele einfarbige Quadrate nebeneinander zu rendern oder B) ein einziges Quadrat mit einer Schachbrett-Textur zu rendern? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

- e) Geben Sie die baryzentrischen Koordinaten  $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C$  für den Punkt  $P = (2, 1)$  im Dreieck gegeben durch die Punkte  $A = (0, 0)$ ,  $B = (4, 0)$  und  $C = (2, 3)$  an! **(6 Punkte)**



$\lambda_A =$

$\lambda_B =$

$\lambda_C =$

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 7: OpenGL-Pipeline (8 Punkte)**



- a) Was ist der Unterschied zwischen Gouraud Shading und Phong Shading? In welchen Shader Stufen werden jeweils nicht triviale Aufgaben implementiert? **(4 Punkte)**



- b) Was versteht man unter *Backface Culling*? Was für Vorteile bringt es? Wie wird unterschieden, was *backfacing* ist und was nicht *backfacing* ist? Welche der programmierbaren Shader Stufen werden dann jeweils ausgeführt? **(4 Punkte)**



**Aufgabe 8: Blending (8 Punkte)**

Die OpenGL-Pipeline ist wie folgt konfiguriert:

```
glEnable(GL_BLEND)
glBlendEquation(GL_FUNC_ADD)
glBlendFunc(GL_ONE, GL_ONE)
```

a) Geben Sie die Berechnungsvorschrift für die daraus resultierende Farbe im Framebuffer an! Im Framebuffer steht bereits die Farbe  $c_d = (R_d, G_d, B_d, A_d)$ , der Fragmentshader gibt die Farbe  $c_s = (R_s, G_s, B_s, A_s)$  aus. **(2 Punkte)**

b) Ist es in diesem Fall erforderlich, die Objekte vor dem Zeichnen zu sortieren? Gilt das auch für andere Blending-Konfigurationen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(4 Punkte)**

c) Ein Baum soll mit einer Blätter-Textur gerendert werden, die nur vollständig opake oder vollständig transparente Texel enthält. Welche alternative Technik kann hier statt Blending verwendet werden? **(2 Punkte)**

**Aufgabe 9: GLSL: Normal Maps mit diffuser Beleuchtung (30 Punkte)** 

In dieser Aufgabe sollen Sie *Normal Mapping* mit diffuser Beleuchtung berechnen. Ein Objekt wird in einem Draw Call gezeichnet. Es hat eine Normal Map, welche die Normalen im Tangentenraum enthält (der Blaukanal ist entlang der Oberflächennormalen zu verstehen). Außerdem gibt es eine diffuse Textur, welche die Oberflächenfarbe modulieren soll. Berechnen Sie die Beleuchtung pro Pixel in Worldspace. Beachten Sie dabei den korrekten Abfall des Lichts mit der Distanz, sowie das Lambertsche Gesetz.

- a) Vervollständigen Sie den Vertex Shader! Es sollen hier die Position und Normale in Worldspace transformiert werden, sowie die nötigen Daten für den Fragment Shader vorbereitet werden. **(10 Punkte)**

```

// shared uniforms:
uniform mat4 MVP;           // model view projection matrix
uniform mat4 MV;           // model view matrix
uniform vec3 Lpos;         // light source position in world space
uniform vec3 Lcol;         // light source colour
uniform sampler2D normalmap; // tangent space normal map
uniform sampler2D diffuse;  // diffuse surface albedo texture

in vec3 position;
in vec3 normal;
in vec2 uv;

out vec3 shading_normal_ws;
out vec3 position_ws;
out vec2 tex_uv;

void main()
{
    // transformiere zu Worldspace
    gl_Position =
}

```



b) Vervollständigen Sie den Fragment Shader! (20 Punkte)

```
// shared uniforms:
uniform mat4 MVP;           // model view projection matrix
uniform mat4 MV;           // model view matrix
uniform vec3 Lpos;         // light source position in world space
uniform vec3 Lcol;         // light source colour
uniform sampler2D normalmap; // tangent space normal map
uniform sampler2D diffuse;  // diffuse surface albedo texture

in vec3 shading_normal_ws;
in vec3 position_ws;
in vec2 tex_uv;

out vec4 out_colour;

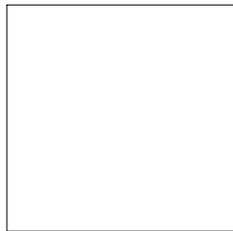
void main()
{
    const vec3 n = normalize(shading_normal_ws);
    const vec3 Tx = normalize(cross(n, vec3(0, 0, -1)));
    const vec3 Ty = normalize(cross(n, Tx));

}
```

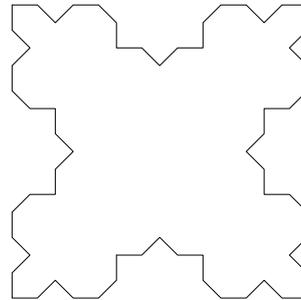
**Aufgabe 10: Prozedurale Modellierung (12 Punkte)**



Gegeben sei die folgende unvollständige Grammatik für eine Turtlegrafik, sowie (darüber) die Ausgabebeispiele für  $n = 0, 2$ . Die Turtle sei anfangs in der oberen linken Ecke und blickt nach rechts.



$n = 0$



$n = 2$

- a) Vervollständigen Sie die Produktionsregel  $P$ , das Startsymbol  $S$ , sowie den Winkel  $\theta$ . **(8 Punkte)**



$$G = (V, \Sigma, S, P)$$

$$V = \{F, +, -\}$$

$$S =$$

$$P =$$

$$\Sigma = \{\}$$

$$\theta =$$

- b) Zeichnen Sie die Ausgabe für  $n = 1$ ! **(4 Punkte)**



**Aufgabe 11: Bézier-Kurven (11 Punkte)**

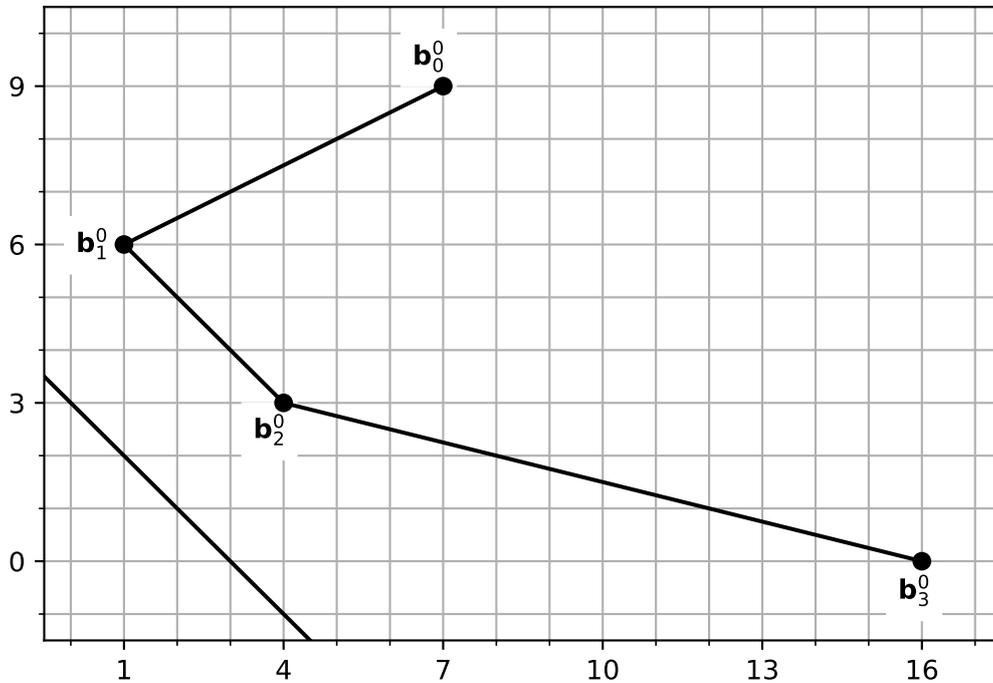
Wir betrachten die kubische Beziér-Kurve  $\mathbf{b}(u) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{b}_i^0 B_i^3(u)$  mit den folgenden Kontrollpunkten:

$$\mathbf{b}_0^0 = (7, 9)$$

$$\mathbf{b}_1^0 = (1, 6)$$

$$\mathbf{b}_2^0 = (4, 3)$$

$$\mathbf{b}_3^0 = (16, 0)$$



- a) Neben den Kontrollpunkten ist im obigen Graphen auch die Gerade  $x + y = 3$  eingezeichnet. Schneidet die Beziér-Kurve  $\mathbf{b}(u)$  für  $u \in [0, 1]$  diese Gerade? Begründen Sie Ihre Antwort. **(3 Punkte)**

- b) Werten Sie die Kurve  $\mathbf{b}(u)$  für  $u = \frac{1}{3}$  grafisch mit Hilfe des de Casteljau-Algorithmus aus. Skizzieren Sie die Schritte der Auswertung sowie die komplette Bézier-Kurve in obiger Abbildung. **(8 Punkte)**